

## Função Exponencial Negativa: Sua Versatilidade em Aeronáutica

**Berquó, Jolan Eduardo** – Eng. Eletrônico (ITA)  
Certificador de produto Aeroespacial (DCTA/IFI)  
Representante Governamental da Garantia da Qualidade – RGQ (DCTA/IFI)  
Pós-graduado em Engenharia de Confiabilidade e em Engenharia de Segurança de Sistemas (ITA)  
Especialização em Engenharia e Análise de Sistemas (Itália)  
jberquo@dcabr.org.br/jberquo@uol.com.br

MSC 59 – 18 JUL 2016

A chamada Função de Distribuição de Probabilidades Exponencial Negativa ( $e^{-x}$ ) chama a atenção pela sua simplicidade e versatilidade. Já dissertamos sobre ela, mas sempre há algo mais para dizer. Ela aparece no início do ciclo de vida de uma aeronave (Projeto Conceitual) e permanece nesse ciclo, em variadas atividades, até o descarte da aeronave.

Quando substituimos  $x$  por  $\lambda t$ , vemo-nos diante de nossa familiar função de distribuição de probabilidades denominada Confiabilidade, representada pela letra  $R$  (do Ing. *Reliability*), ou seja:

$$R = e^{-\lambda t} \quad (1)$$

Onde  $\lambda$  é uma constante, nossa igualmente familiar taxa de falha, dada em falhas/hora.

Tudo nessa função é largamente aproveitável. O inverso de seu parâmetro  $\lambda$  é outro parâmetro importante, o popular MTBF (*Mean Time Between Failure*), dado por hora/falha.

A função é tão versátil que pode até gerar outra função extremamente importante em *Safety Assessment*, como mostraremos mais adiante.

Como sabemos, na prática a Confiabilidade é a probabilidade de sucesso de um evento num determinado intervalo de tempo, numa determinada configuração de voo e em determinadas condições.

Entre outros motivos, a função exponencial negativa é especialíssima, em virtude de uma propriedade que só ela possui. Trata-se da chamada propriedade do esquecimento (*forgetfulness property*), ou seja, o sistema que

segue essa função de distribuição de probabilidades, depois de ter sido desligado e ligado novamente, “esquece” que já operou antes, retomando seu funcionamento como se nunca tivesse operado. Uma eventual falha é totalmente aleatória, isto é, não é fruto de deterioração do material ( Ref. 1 ).

De fato, é assim que se comporta um sistema puramente elétrico ou eletrônico<sup>1</sup>, hoje, na maior parte de sua fase operacional, mantendo uma taxa de falha aproximadamente constante.

Isso é bem diferente para os sistemas mecânicos, que possuem uma taxa de falha variável, começando alta, como nos sistemas eletrônicos, depois passa por um mínimo e começa a crescer novamente, dando início ao desgaste peculiar dos sistemas mecânicos.

A toda função de distribuição de probabilidades corresponde uma função de distribuição cumulativa de probabilidades (CDF – *Cumulative Distribution Function*).

A CDF correspondente à Confiabilidade é denominada Falibilidade (*Falibility* ou *Unreliability*).

$R$  e  $F$  são funções complementares e mutuamente exclusivas. Portanto, obedecem à relação:

$$R + F = 1 \quad (2)$$

Essa expressão nos parece óbvia porque a probabilidade de não falhar ( $R$ ) ou a

<sup>1</sup> Para simplificar, usaremos apenas o termo “eletrônico”, ficando subentendido que estamos falando de itens puramente elétricos ou eletrônicos.

probabilidade de falhar (F) é 1 (100%), dado que ou ocorre ou não ocorre a falha.

Segue que

$$F = 1 - R = 1 - e^{-\lambda t} \quad (3)$$

Agora, vamos mostrar a versatilidade da exponencial negativa na geração de uma nova função extraordinariamente importante em *Safety Assessment*.

Num certo momento, um iluminado vislumbrou que, na prática, poderia desenvolver a expressão (1) numa série infinita de outro iluminado, o matemático Taylor, dada por:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots,$$

com  $-\infty < x < \infty$ .

Fazendo  $x = -\lambda t$ , podemos escrever:

$$\begin{aligned} R = e^{-\lambda t} &= 1 + \frac{(-\lambda t)}{1!} + \frac{(-\lambda t)^2}{2!} + \frac{(-\lambda t)^3}{3!} + \dots = \\ &= 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2} - \frac{(\lambda t)^3}{6} + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

O iluminado percebeu que, para  $\lambda t < 0,1$ , poderia considerar como boa aproximação apenas os dois primeiros termos, em se tratando de sistemas puramente elétricos e eletrônicos; ou seja:

$R = e^{-\lambda t} = 1 - \lambda t$ . Substituindo em (3), obtemos:  $F = 1 - (1 - \lambda t)$ . Portanto,

$$\boxed{F = \lambda t} \quad \text{com } \lambda < 0,1 \quad (5)$$

e pronto: aí está uma nova função, que é a equação de uma reta, expressão muito mais fácil para se trabalhar. O parâmetro  $\lambda$  sai de expoente de uma exponencial e se transforma no coeficiente angular de uma reta. Que versatilidade!

Pois bem, a expressão (5) da Falibilidade é utilizada na atividade de *Safety Assessment*, com bastante fidelidade para sistemas elétricos e eletrônicos porque a taxa de falha desses sistemas é mui aproximadamente constante, durante a vida operacional do sistema. No entanto, em *Safety Assessment*, a função é também aplicada a sistemas eletromecânicos, mecânicos, pneumáticos, hidráulicos (Ref. 2).

Quanto à Confiabilidade (1), ela tem um emprego na avaliação da probabilidade de sucesso de uma missão, na aviação militar, e um enorme emprego, seja na aviação militar como na civil, no desenvolvimento do suporte técnico logístico, por meio do parâmetro  $\lambda$ , ou de seu inverso, o MTBF, qual seja:

$$MTBF = 1/\lambda \quad (5)$$

O MTBF é muito usado nos fatores logísticos manutenção e peças de reposição. O parâmetro corresponde ao intervalo de tempo correspondente a 37% da probabilidade de não falhar (Confiabilidade), ou 67% da probabilidade de falhar (Falibilidade). O MTBF só é aplicável a sistemas reparáveis. Se o sistema não for reparável, isto é, se ele for descartável, utiliza-se o MTTF - *Mean Time to Failure* (Ref. 3).

Note que se  $\lambda$  é constante, seu inverso, o MTBF, também é. Desse modo, rigorosamente, o MTBF só seria aplicável a sistemas reparáveis eletrônicos.

A exponencial negativa, por meio de seu parâmetro  $\lambda$  (ou MTBF), está presente no desenvolvimento do Plano de Manutenção Programada (Preventiva) da aeronave, por meio da ferramenta *Reliability Centered Maintenance* (*Manutenção Focada - ou Centrada - na Confiabilidade*).

Para encerrar, aqui cabe uma pergunta com sua respectiva resposta: Por que não se usa a Confiabilidade em *Safety Assessment*, em vez da Falibilidade? A resposta é que a Confiabilidade dos sistemas eletrônicos hoje é muito alta ( $R = 0,99999\dots$ ), o que a torna bem mais sensível a erros de arredondamentos que a Falibilidade.

Paramos por aqui este nosso *flash*. O leitor terá bem mais informações, consultando a bibliografia a seguir.

Até a próxima.

Bibliografia

- (1) CLARKE, A. Bruce, DISNEY. Ralph L. *Probability and Random Processes for Engineers and Scientists*. John Wiley & Sons, Inc., New York (EUA), 1970.

- (2) *SAE: ARP 4761. Guidelines and Methods for Conducting the Safety Assessment Process on Civil Airborne Systems and Equipment, USA, 12/01/1996.*
- (3) *MODARRES, M. Reliability and Risk Analysis. Cincinnati – Ohio (EUA): Marcek Dekker, Inc., 1993.*