

- Refinamento da Taxa de Falha: Intervalos de Confiança -

Berquó, Jolan Eduardo – Eng. Eletrônico (ITA).
Certificador de Produto Aeroespacial (DCTA/IFI)
Representante Governamental da Garantia da Qualidade – RGQ (DCTA/IFI)
jberquo@dcabr.org.br

MSC 24 – 13 DEC 2012

Este “flash” é uma complementação do MSC 14, no qual tivemos a oportunidade de apresentar uma maneira de estimar a taxa de falha (λ) da função de distribuição exponencial negativa, por meio dos chamados ensaios de vida (*Life Testing*). A questão que vamos colocar agora é: Até que ponto podemos confiar nos valores de Taxa de Falha encontrados nos ensaios? É esta a resposta que pretendemos apresentar neste MSC.

Tivemos então a oportunidade de ver que o valor da taxa varia, dependendo do tipo de ensaio, ou seja, se é com reposição ou não dos itens falhados e se é encerrado depois de transcorrido um certo tempo (ensaio terminado pelo tempo – Tipo I) ou depois de um certo número n de falhas (ensaio terminado por número de falhas – Tipo II).

Essa diferença entre valores é influenciada por vários fatores, sendo o principal deles a quantidade de itens da amostra ensaiada. Evidentemente, se pudéssemos realizar um ensaio com uma amostra de milhares de itens, essa diferença tenderia a zero, ou seja, a taxa de falha obtida por um ou outro método seria aproximadamente a mesma e muito próxima da realidade.

Entretanto, um ensaio com um grande número de itens na amostra quase sempre é economicamente proibitivo, sobretudo quando se trata de equipamentos, ainda que simples.

Desse modo, quando procedemos a um ensaio de vida e chegamos a um valor estimado da taxa de falha, precisamos ter um certo nível de confiança naquela estimativa prática.

Por exemplo, poderíamos querer saber qual seria o intervalo da taxa de falha com um nível de confiança de 90% ou 95%.

Vários estudiosos procuraram dar uma resposta a essa indagação. Vamos considerar aqui o método de Epstein (Ref. 3). Esse pesquisador conseguiu demonstrar que se o tempo para falhar for exponencialmente distribuído com a

taxa λ , então a expressão $2n\lambda/\bar{\lambda} = 2\lambda T$ tem uma distribuição “chi-quadrado”¹ (simbolizada por χ^2), com $2n$ graus de liberdade para o ensaio Tipo II e $2n + 2$ graus de liberdade para o ensaio Tipo I)².

Lembramos que

n = Número de falhas no ensaio;

T = Tempo acumulado no ensaio;

λ = Taxa de Falha Real; e

$\bar{\lambda}$ = Taxa de Falha Estimada no Ensaio³.

Com a taxa de falha estimada, $\bar{\lambda}$, obtida num ensaio de vida, e com os dados do ensaio (número de itens na amostra ensaiada, número de falhas ocorridas, tempo de ensaio e tempo acumulado pelos itens durante o ensaio), Epstein mostrou que se pode calcular a probabilidade da Taxa de Falha Real λ estar num determinado intervalo. Esse intervalo foi então denominado “Intervalo de Confiança” (IC) e a respectiva probabilidade de estar nesse intervalo foi denominada de “Nível de Confiança” (NC) para o intervalo.

Após alguns cálculos, Epstein determinou então a expressão (1), para calcular a probabilidade de um intervalo (fechado) de confiança para λ com um determinado nível de confiança.

$$\Pr \left[\frac{\chi^2_{\left(\frac{\alpha}{2}\right)}(2n)}{2T} \leq \lambda \leq \frac{\chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)}(2n)}{2T} \right] = 1 - \alpha \quad (1).$$

¹ Não vamos entrar aqui em detalhes com relação a essa distribuição porque foge do objetivo desta seção. Dizemos apenas que é uma distribuição bastante usada, entre outras finalidades, para determinar o intervalo de confiança de um parâmetro estimado.

² A tabela pertinente essa distribuição pode ser obtida na Internet, no endereço:

www.starsoft.com/textbook/distribution-tables/#chi,

lembrando que os valores na coluna são os valores de α .

Portanto, deve-se fazer $1-\alpha$ para determinar o valor do NC.

³ No MSC 14, usamos o símbolo λ (sem o traço superposto) como valor estimado no ensaio.

Onde $1-\alpha$ é o Nível de Confiança NC, e α é o complemento de NC. Assim, se o nível de confiança é 0,9 (ou 90%), $\alpha = 0,1$ (ou 10%), e α é a probabilidade de a taxa de falha não estar contida no nível de confiança estabelecido.

Outra alternativa é o chamado Intervalo de Confiança Unilateral, ou seja, com o extremo inferior nulo. A expressão seria então:

$$\Pr \left[0 \leq \lambda \leq \frac{\chi^2_{(1-\alpha)}(2n)}{2T} \right] = 1 - \alpha \quad (2)$$

Em nossa opinião, a expressão (2) é mais que suficiente para a imensa maioria dos casos.

Vamos então ao exemplo apresentado no MSC 14 para o ensaio Tipo I, ou seja, com substituição dos itens falhados e terminado pelo tempo.

Dez resistores foram ensaiados, e 8 falharam antes de completar 900 horas.

O tempo acumulado no ensaio pelos itens que participaram do mesmo foi então $T = 10 \times 900 = 9.000\text{h}$ (vide MSC 14), e a decorrente taxa de falha foi $\bar{\lambda} = 8/9.000 = 8,9 \times 10^{-4}\text{h}^{-1}$. Vejamos se essa taxa de falha está dentro dos intervalos de confiança com NC (probabilidade) igual a 90%, 95%, 97,5 e 99%, considerando o intervalo de confiança unilateral.

Solução

Observe que $\chi^2_{(1-\alpha)}(2n) = \chi^2_{(0,9)}(2.8) = \chi^2_{(0,9)}(16)$. Indo à tabela, encontramos na linha 16 e coluna 90 o valor 23,54. Desse modo, temos:

$$23,54/2T = 23,54/18.000 \Rightarrow 0 \leq \lambda \leq 1,3 \times 10^{-3}\text{h}^{-1}.$$

Passemos para o nível de confiança de 95% ($\alpha=0,5$).

Temos para $\chi^2_{(0,95)}(16)$ o valor 26,30, resultando o intervalo $0 \leq \lambda \leq 1,5 \times 10^{-3}\text{h}^{-1}$.

Com 97,5%, obtém-se: $\lambda \leq 1,6 \times 10^{-3}\text{h}^{-1}$.

Agora compare com o valor estimado obtido: $8,9 \times 10^{-4}\text{h}^{-1}$ ou $0,89 \times 10^{-3}\text{h}^{-1}$.

Consultando a tabela de χ^2 , vamos constatar que o NC para o valor estimado é um pouco maior que 50%. Portanto, é um baixo NC. O valor de NC a ser adotado é uma questão de decisão. Se ficarmos com o NC de 99%, adotaremos o intervalo $0 \leq \lambda \leq 1,8 \times 10^{-3}\text{h}^{-1}$ e consideraremos para λ o extremo superior, ou seja

$$\lambda = 1,8 \times 10^{-3}\text{h}^{-1}.$$

Comparando esse valor com a taxa estimada, notamos que $\lambda/\bar{\lambda} \cong 2,1$, ou seja, λ é um pouco maior que o dobro de $\bar{\lambda}$. Portanto, talvez seja prudente adotar o valor de λ e abandonar o valor estimado $\bar{\lambda}$.

Conclusão: quando fizermos um ensaio de vida, para determinar a taxa de falha, devemos complementar o processo com a verificação do Nível de Confiança (NC).

Encerramos por aqui.

Até a próxima.

Referências:

- (1) DAVIS. **An Analysis of Some Failure Data**. J. Am. Stat. Assoc. EUA, 1952.
- (2) GUMBLE, E. J. **Statistics of Extreme**. Columbia University Press. New York (EUA), 1958.
- (3) EPSTEIN, B. **Estimation from Life Test Data**. Technometrics. EUA, 1960.